

**Números naturales:** sirven para contar, ordenar y comunicar información.

$\mathbb{N}$  representa al conjunto de todos los número naturales.  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

Hay infinitos números naturales.

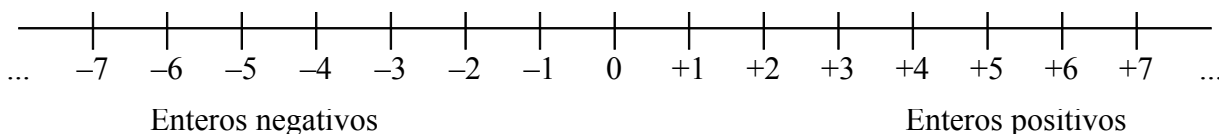
**Números enteros:** son los números naturales precedidos del signo + o del signo -.

El signo + se utiliza para representar lo que se tiene. Si tengo tres euros escribo +3.

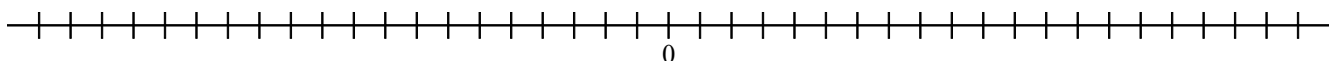
El signo - se utiliza para representar lo que se debe. Si debo tres euros escribo -3.

$\mathbb{Z}$  es el conjunto de todos los números enteros.

Representación de los números enteros sobre la recta numérica:



**1** Representa sobre la recta numérica y ordena de mayor a menor los números enteros: 3, -5, 14, -12, -6, 0, 7, -1, 2, -13.



**2** Ordena las siguientes temperaturas de más frías a más cálidas:

3°, -2°, 5°, 2°, -8°, -5°, 6°, 0°, -1°

**3** Durante el año pasado las temperaturas mínimas en Burgos fueron éstas:

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
-4°	0°	-2°	6°	5°	12°	16°	9°	7°	2°	-1°	-6°

Ordena los meses del año del más frío al más cálido.

**4** Di si son ciertas o falsas estas desigualdades:

4.1  $3 > -5$

4.2  $-5 < -7$

4.3  $-4 < 2$

4.4  $6 < -1$

4.5  $0 > -3$

4.6  $9 < -7$

4.7  $-2 < -6$

4.8  $-8 > -5$

**5** Intercala < o > según corresponda:

5.1 -5 4

5.2 +3 -1

5.3 -6 -4

5.4 -3 -2

5.5 0 +3

5.6 -9 0

5.7 +6 -11

5.8 +5 -3

5.9 -1 +6

5.10 +8 -8

5.11 -3 -7

5.12 +4 +8

**Valor absoluto de un número entero:** es el número natural que se obtiene al quitarle el signo al número entero. Se representa con dos barras verticales.

$$|+a| = a$$

$$|-a| = a$$

Ejemplos:  $|+6| = 6$

$$|-8| = 8$$

**6** Calcula:

6.1  $|+9| + |-9| =$

6.2  $|-4| - |-5| =$

6.3  $|+3| + |-5| =$

6.4  $|6| + |-6| =$

6.5  $|-7| - |7| =$

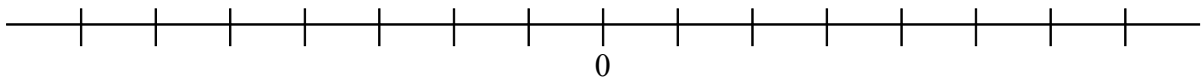
6.6  $|6| \cdot |-2| =$

6.7  $|0| =$

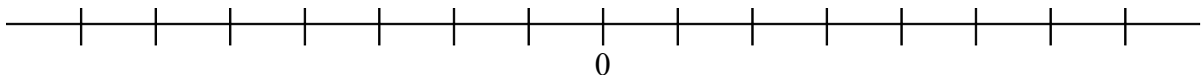
6.8  $|-3| - |-8| =$

6.9  $|5 + (-5)| =$

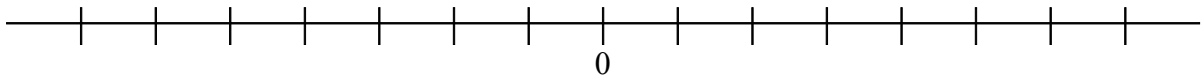
**7** Representa sobre la recta numérica los números enteros  $x$  que cumplen  $|x| \leq 3$  o  $|x| = 5$ . Ordénalos de mayor a menor.



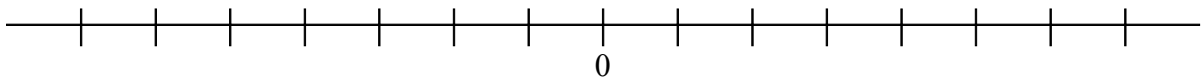
**8** Representa sobre la recta numérica los números enteros  $x$  que cumplen  $2 \leq |x| < 5$ . Ordénalos de menor a mayor.



**9** Representa sobre la recta numérica los números enteros  $x$  que cumplen alguna de estas condiciones:  $|x| = 3$  ,  $|x| = 6$ . Ordénalos de mayor a menor.



**10** Representa sobre la recta numérica los números enteros  $x$  que cumplen  $|x| < 5$  o  $|x| = 6$ . Ordénalos de mayor a menor.



**Opuesto de un número entero:** se obtiene cambiando el signo y conservando el valor absoluto.

El opuesto de  $+a$  es  $-a$                        $op(+a) = -(+a) = -a$

El opuesto de  $-a$  es  $+a$                        $op(-a) = -(-a) = +a$

El opuesto de 0 es 0

**11** Completa la tabla:

Número	+6	-5	0	+3				
Opuesto					+1	-7	+2	0

**Adición de dos números enteros:** se hace balance pensando que el número positivo representa el dinero que se tiene y que el negativo representa el dinero que se debe.

Si tienen el mismo signo se suman los valores absolutos y se deja el mismo signo.

Si tienen distinto signo se restan los valores absolutos y se pone el signo del de mayor valor absoluto.

**12** Calcula:

**12.1**  $+3 - 8 =$

**12.2**  $-5 + 7 =$

**12.3**  $-3 - 4 =$

**12.4**  $+15 + 6 =$

**12.5**  $-4 - 12 =$

**12.6**  $+9 - 5 =$

**12.7**  $-7 + 4 =$

**12.8**  $+2 - 9 =$

**12.9**  $-8 + 4 =$

**12.10**  $+6 - 1 =$

**12.11**  $-9 - 5 =$

**12.12**  $-2 + 9 =$

**Adición de varios números enteros:**

1° Se resumen los números positivos en uno solo y se hace lo mismo con los negativos.

2° Se hace balance (positivo lo que se tiene y negativo lo que se debe).

**13** Calcula las siguientes sumas y restas:

**13.1**  $4 - 7 - 2$

**13.2**  $-3 + 1 - 5 + 2$

**13.3**  $-4 + 5 - 7$

**13.4**  $3 + 5 - 6$

**13.5**  $7 - 11 + 4$

**13.6**  $-3 + 2 - 5 - 1$

**13.7**  $4 - 7 - 8 + 1$

**13.8**  $-5 - 6 + 3$

**13.9**  $-2 - 4 - 9$

**Suma y resta de números enteros con paréntesis:**

1° Se quitan los paréntesis teniendo en cuenta estas reglas:

$$+ (+a) = +a$$

$$+ (-a) = -a$$

$$- (+a) = -a$$

$$- (-a) = +a$$

2° Se resumen los números positivos en uno solo y se hace lo mismo con los negativos.

3° Se hace balance (positivo lo que se tiene y negativo lo que se debe).

**14** Quita los paréntesis y calcula:

**14.1**  $3 - (-2)$

**14.2**  $(-7) - (+3) - (-1)$

**14.3**  $3 - (-5) - (+2)$

**14.4**  $-1 - (-3) + (-5)$

**14.5**  $+3 - (+1) + (+4)$

**14.6**  $-6 - (-2) - (+7)$

**14.7**  $3 + (-8) - (-2)$

**14.8**  $-2 - (-4) + (-7)$

**14.9**  $-5 - (+3) - (-8)$

**14.10**  $3 - (-5) + (-7)$

**14.11**  $-5 - (-2) + (-6)$

**14.12**  $1 + (-7) - (+9)$

**14.13**  $8 + (-6) - (-4)$

**14.14**  $-10 - (+3) - (-1)$

**14.15**  $-2 + (-4) - (+3)$

Cuando dentro de un paréntesis hay varios sumandos hay que hacer las operaciones que hay dentro del paréntesis antes de hacer las que hay fuera.

**15** Calcula:

**15.1**  $-(-6 + 4) + (+3 - 7) - (+2 - 10)$

**15.2**  $(+1 - 5) - (4 - 2) + (+3 - 8)$

**15.3**  $+(7 - 9) - (-3 + 5) - (+2 - 8) + (-1 + 6)$

**15.4**  $(-3 + 4) - (-2 - 1) + (+2 - 5) - (6 - 4)$

**15.5**  $-(-4 + 6) + (5 - 1) - (+6 - 9) + (5 - 7)$

**15.6**  $-(2 - 8) + (6 + 1) + (-1 - 3) - (-1 + 5)$

**15.7**  $(4 + 2) + (-7 + 4) - (5 - 9) - (-4 + 8)$

**15.8**  $(3 + 8) - (6 + 4) + (1 - 7) - (-2 - 1)$

**15.9**  $-(-5 + 9) - (4 - 7) + (2 - 3) + (4 - 8)$

**15.10**  $(1 - 9) - (-3 + 6) - (5 - 8) + (-4 + 6)$

**Producto y cociente de números enteros:** para multiplicar o dividir números enteros se multiplican o dividen los valores absolutos y se aplica la regla de los signos:

$$\begin{array}{ll} (+a) \cdot (+b) = +c & (+a) : (+b) = +d \\ (+a) \cdot (-b) = -c & (+a) : (-b) = -d \\ (-a) \cdot (+b) = -c & (-a) : (+b) = -d \\ (-a) \cdot (-b) = +c & (-a) : (-b) = +d \end{array}$$

El resultado es positivo si hay un número par de factores negativos.

El resultado es negativo si hay un número impar de factores negativos.

**16** Calcula estos productos y divisiones:

**16.1**  $4 \cdot (-3) =$

**16.3**  $3 \cdot (-7) =$

**16.5**  $3 \cdot (-4) =$

**16.7**  $4 \cdot (-2) \cdot 3 =$

**16.9**  $(-1) \cdot (-4) \cdot (-5) =$

**16.11**  $(-2) \cdot 4 \cdot (-3) =$

**16.13**  $24 : (-6) =$

**16.15**  $(-27) : (-1) =$

**16.17**  $18 : (-3) =$

**16.19**  $3 \cdot (-8) : (+6) =$

**16.21**  $-7 \cdot 6 : (-21) =$

**16.2**  $(-5) \cdot 2 =$

**16.4**  $(-2) \cdot (-5) =$

**16.6**  $-5 \cdot 3 =$

**16.8**  $(-3) \cdot (-2) \cdot 4 =$

**16.10**  $(-7) \cdot 2 \cdot (-3) =$

**16.12**  $(-12) : 4 =$

**16.14**  $(-8) : (-2) =$

**16.16**  $(-12) : (-4) =$

**16.18**  $(-6) \cdot (-2) : (-4) =$

**16.20**  $6 \cdot (-8) : (-12) =$

**16.22**  $4 \cdot (-9) : (+12) =$

**Potencia:** es el producto de varios factores iguales.

**Base:** es el factor que se repite.

**Exponente:** es el número de factores que forman la potencia.

Ejemplos:  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \rightarrow$  base = 7 , exponente = 4  $\rightarrow$  se escribe  $7^4$

$(-6)(-6)(-6) \rightarrow$  base = -6 , exponente = 3  $\rightarrow$  se escribe  $(-6)^3$

**17** Escribe en forma de potencia:

**17.1**  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$

**17.3**  $7 =$

**17.5**  $(-1)(-1)(-1) =$

**17.7**  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

**17.9**  $(-5)(-5) =$

**17.11**  $8 \cdot 8 \cdot 8 =$

**17.2**  $3 \cdot 3 =$

**17.4**  $(-4)(-4)(-4)(-4)(-4) =$

**17.6**  $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 =$

**17.8**  $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 =$

**17.10**  $(-9)(-9)(-9)(-9) =$

**17.12**  $(-3)(-3)(-3)(-3) =$

**18** Convierte estas potencias en productos para obtener los resultados:

**18.1**  $2^4 =$

**18.2**  $4^3 =$

**18.3**  $3^5 =$

**18.4**  $1^7 =$

**18.5**  $0^4 =$

**18.6**  $2^3 =$

**18.7**  $8^2 =$

**18.8**  $3^4 =$

**18.9**  $6^1 =$

**18.10**  $(-5)^3 =$

**18.11**  $(-3)^4 =$

**18.12**  $(-1)^7 =$

**18.13**  $(-7)^2 =$

**18.14**  $(-3)^2 =$

**18.15**  $(-2)^5 =$

**18.16**  $(-2)^6 =$

**18.17**  $(-3)^5 =$

**18.18**  $(-1)^8 =$

**Resultado de una potencia:**

Si la base es positiva el resultado es positivo.

Si la base es negativa y el exponente es par el resultado es positivo.

Si la base es negativa y el exponente es impar el resultado es negativo.

**19** Di si el resultado es positivo o negativo y porqué:

**19.1**  $45^{264}$

**19.2**  $(-52)^{128}$

**19.3**  $(+21)^{29}$

**19.4**  $(-24)^{76}$

**19.5**  $(-6)^{15}$

**19.6**  $(+1)^{11}$

**19.7**  $(-4)^{18}$

**19.8**  $(-5)^{21}$

**Propiedades de las potencias:**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

**20** Calcula el resultado de:

**20.1**  $2^{50} \cdot 2^{15} : 2^{60} =$

**20.2**  $(-3)^{115} \cdot (-3)^{172} : (-3)^{284} =$

**20.3**  $(5^{12})^3 \cdot 5^{31} : (5^5)^{13} =$

**20.4**  $(7^{15} \cdot 7^5)^3 : (7^{29})^2 =$

**20.5**  $(2^4)^{45} \cdot (2^3)^{30} : (2^2)^{134} =$

**20.6**  $11^{23} \cdot 11^{10} : 11^{31} =$

**20.7**  $(-6)^{80} \cdot (-6)^{15} : (-6)^{92} =$

**20.8**  $(2^{10})^3 \cdot 2^{18} : (2^4)^{11} =$

**20.9**  $(13^{18} \cdot 13^7)^4 : (13^{33})^3 =$

**20.10**  $(3^6)^4 \cdot (3^3)^{10} : (3^2)^{25} =$

**21** Escribe como una única potencia:

**21.1**  $6^4 \cdot (6^5 : 6^2) =$

**21.2**  $\frac{2^{16} \cdot 2^{20}}{2^{50} : 2^{18}} =$

**21.3**  $\frac{11^{27} : 11^{21}}{11^{35} : 11^{30}} =$

**21.4**  $\frac{(2^5)^3 \cdot 2^6}{2^{20} : (2^3)^4} =$

**21.5**  $\frac{(6^7)^2 \cdot (6^3)^4}{6^{40} : (6^8)^4} =$

**21.6**  $(4^5 : 4^3)^6 =$

**21.7**  $\frac{5^9 \cdot 5^{13}}{5^{42} : 5^{25}} =$

**21.8**  $\frac{3^8 \cdot 3^{14}}{3^5 \cdot 3^{13}} =$

**21.9**  $\frac{(7^8)^3 : (7^6)^2}{(7^2)^5 : 7^8} =$

**21.10**  $\frac{4^5 \cdot (4^7)^4}{4^6 \cdot (4^2)^9} =$



**22** Haz estas operaciones utilizando las propiedades de las potencias:

$$22.1 \quad 27^{32} \cdot 9^{15} : 243^{25}$$

$$22.2 \quad 125^{17} \cdot 25^{41} : 625^{34}$$

$$22.3 \quad [8^{12} : 4^{15}]^{30} : [32^{17} \cdot 2^4]^2$$

$$22.4 \quad [625^4 \cdot 25^{11}]^3 : [25^{16} : 125^8]^{14}$$

$$22.5 \quad [11^{127}]^6 : [121^7 \cdot 1331^8]^{20}$$

**23** Calcula de dos maneras distintas:

$$23.1 \quad 5^3 : 5^3 = 5^{3-3} = 5^0$$

$$5^3 : 5^3 = 125 : 125 = 1$$

$$23.2 \quad 2^4 : 2^4 =$$

$$2^4 : 2^4 =$$

$$23.3 \quad 6^2 : 6^2 =$$

$$6^2 : 6^2 =$$

$$23.4 \quad (-2)^3 : (-2)^3 =$$

$$(-2)^3 : (-2)^3 =$$

Conclusión:  $a^0 =$

**Raíz cuadrada** de un número  $a$ : es un número  $b$  cuyo cuadrado es  $a$ . Se escribe  $\sqrt{a} = b$ .

Ejemplo:  $\sqrt{25} = 5$  porque  $5^2 = 25$ .

**24** Calcula:

24.1  $\sqrt{9}$

24.2  $\sqrt{-4}$

24.3  $\sqrt{4}$

24.4  $\sqrt{0}$

24.5  $\sqrt{36}$

24.6  $\sqrt{100}$

24.7  $\sqrt{49}$

24.8  $\sqrt{64}$

24.9  $\sqrt{-1}$

24.10  $\sqrt{16}$

24.11  $\sqrt{81}$

24.12  $\sqrt{-9}$

24.13  $\sqrt{1}$

**Orden en el que se hacen las operaciones:**

1º potencias y raíces.

2º multiplicaciones y divisiones.

3º sumas y restas.

**25** Calcula siguiendo la prioridad de las operaciones:

25.1  $3 - 7 \cdot \sqrt{4} + 5$

Sol: -6

25.2  $8 + 4 \cdot (-3) + (-5) \cdot 2$

Sol: -14

25.3  $-7 + 2^2 \cdot (-9) : 2 + 1$

Sol: -24

25.4  $5 + 3 \cdot (-4) : 6 - 4$

Sol: -1

**25.5**  $2 \cdot 3^2 + 8 + 12 : (-6)$

Sol: 24

**25.6**  $8 - 5 \cdot 2^2 + 2 - 3 \cdot (-4)$

Sol: 2

**25.7**  $4 - 3 - 6 \cdot 2^2 + (-4) \cdot (-3)$

Sol: -11

**25.8**  $6 + 2 \cdot 3^2 + 15 : (-3)$

Sol: 19

**25.9**  $3 - 2 \cdot 5 - 6 : (-3)$

Sol: -5

**25.10**  $5 \cdot 2^2 - 7 - 4 \cdot 6$

Sol: -11

**25.11**  $5 - 4 \cdot (-3) : \sqrt{36} - 8$

Sol: -1

**25.12**  $6 + (-3)^2 - 12 : (-2)$

Sol: 21

**25.13**  $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{81}$

Sol: 108

**25.14**  $\sqrt{144} : \sqrt{36}$

Sol: 2

Cuando hay varios números dentro de unos paréntesis o corchetes

Se empiezan haciendo todas las operaciones que hay dentro de los paréntesis o corchetes.

Después se hacen las operaciones que hay fuera.

**26** Calcula:

**26.1**  $4 - (2 - 5) + 3 - [(-2) + (-1)]$  Sol: 13

**26.2**  $3 - 4 \cdot [3 + (-5)] + 9 : (-1)$  Sol: 2

**26.3**  $7 - 2 \cdot (5 + 3 \cdot 2) + (-4)$  Sol: -19

**26.4**  $6 - (3 - 2 \cdot 4) \cdot (-2)$  Sol: -4

**26.5**  $[6 - 4 \cdot (-3 - 1)] \cdot [-9 - 8 : (-2)]$  Sol: -110

**26.6**  $1 + 3 \cdot [2 - (-3 - 8 : 4) - 7]$  Sol: 1

**26.7**  $(5 - 4)^2 - (5^2 - 4^2)$  Sol: -8

**26.8**  $4 - 2 \cdot (5 - 3 \cdot 4) + (-2)^3$  Sol: 10

$$26.9 \quad 6 - [-3 + 24 : (-4) - 3^2] \quad \text{Sol: } 24$$

$$26.10 \quad (9 - 3 \cdot 4) \cdot 3 : (1 + 4 \cdot 2) \quad \text{Sol: } -1$$

$$26.11 \quad 6 - [-11 - 14 : (-2)] - [9 - (-3)] \quad \text{Sol: } -2$$

$$26.12 \quad 6 - 2 \cdot [2 + 5 \cdot (-2)] - (-6 + 8) \quad \text{Sol: } 20$$

$$26.13 \quad 2 - 5 \cdot (2 - 10 : 2)^2 \quad \text{Sol: } -43$$

$$26.14 \quad (6 - 4 \cdot 2)^3 : 4 - 2 \quad \text{Sol: } -4$$

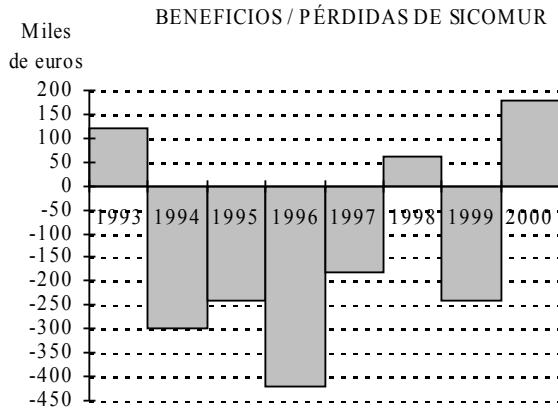
$$26.15 \quad (4^2 : 2 - 10)^3 - (2 - \sqrt{9} \cdot 2)^2 \quad \text{Sol: } -24$$

$$26.16 \quad (-3)^2 - (2 + 3 \cdot 2)^2 \quad \text{Sol: } -55$$

- 27** Pasando por la provincia de Huesca el termómetro del coche marca una temperatura interior de  $17^{\circ}$  y una exterior de  $-4^{\circ}$ . ¿Cuántos grados de diferencia hay entre ambas temperaturas?
- 28** En Helsinki, capital de Suomi, el pasado invierno se alcanzaron los  $37^{\circ}$  bajo cero, y el último verano  $24^{\circ}$ . ¿Cuántos grados de temperatura hay de diferencia entre la máxima y la mínima? Suomi es como llaman los habitantes de esa ciudad a su país, ¿de qué país se trata?
- 29** Un termómetro marca  $9^{\circ}$  a las 11:00, tres horas más tarde la temperatura sube  $3^{\circ}$  y ocho horas después la temperatura baja  $16^{\circ}$ . ¿Cuál es la temperatura a las 22:00?
- 30** En las instrucciones de mi nuevo frigorífico he leído que irá bajando la temperatura en el interior del congelador  $4^{\circ}$  cada hora, hasta alcanzar la temperatura ideal. Ahora marca una temperatura de  $5^{\circ}$  y ya hace tres horas que lo puse en marcha. ¿A qué temperatura inicial estaba en el momento de enchufarlo? ¿Qué temperatura marcará dentro de dos horas? Si la temperatura ideal es  $-11^{\circ}$ , ¿cuánto tiempo en total estará funcionando hasta alcanzarla?
- 31** Calcula la diferencia de temperatura entre el punto de ebullición y el punto de fusión de cada uno de los siguientes elementos:

	Punto de fusión	Punto de ebullición	Diferencia
Potasio	$64^{\circ}\text{C}$	$774^{\circ}\text{C}$	$(+774) - (+64) = 774 - 64 = 710^{\circ}\text{C}$
Cloro	$-101^{\circ}\text{C}$	$-34^{\circ}\text{C}$	
Hidrógeno	$-259^{\circ}\text{C}$	$-253^{\circ}\text{C}$	
Mercurio	$-39^{\circ}\text{C}$	$357^{\circ}\text{C}$	
Neón	$-249^{\circ}\text{C}$	$-246^{\circ}\text{C}$	

**32** El grupo Hispania está interesado en absorber a la empresa Sicomur e invertir 1150000€ para modernizar todas las instalaciones. Los directivos de Hispania han solicitado a Sicomur un informe sobre la evolución económica de los últimos años y el grupo Hispania absorberá a Sicomur si el balance durante esos años no presenta pérdidas por un valor superior al dinero que pretenden invertir. ¿Pasará Sicomur a formar parte de Hispania?



**¿Cuáles son los números naturales?**

**¿Cuáles son los números enteros?**

**¿Cómo se calcula el valor absoluto de un número entero?**

**¿Qué es el opuesto de un número entero?**

**¿Cómo se suman o se restan dos números enteros?**

**¿Cómo se suman o se restan varios números enteros?**

**¿Cómo se quitan los paréntesis que contienen un número entero?**

**¿Qué operaciones se hacen antes, las que están dentro del paréntesis o las que están fuera del paréntesis?**



**¿Cuál es la regla de los signos para multiplicar o dividir dos números enteros?**

**¿Qué es una potencia?**

**¿Cuándo es positivo el resultado de una potencia?**

**¿Cuándo es negativo el resultado de una potencia?**

**Escribe las propiedades de las potencias.**

**¿Qué es la raíz cuadrada de un número  $a$ ?**

**¿En qué orden se hacen las operaciones?**





